

Création de motifs sur de la poudre de maquillage compactée

Présentation

Chaque année, 65 millions de parfums, 57 millions d'unités de soins et 37 millions d'unités de maquillage sont produits sur le site Parfums Christian Dior à Saint-Jean-de-Braye, à proximité d'Orléans. Environ 1 700 personnes travaillent sur le site. Celui-ci, d'une superficie de 55 hectares, accueille les services de production, de ventes, d'expédition, administratifs ainsi que le centre de recherche LVMH. Les recettes qui ont fait, et qui font actuellement, le succès de la maison Christian Dior sont très caractéristiques du milieu du luxe : créativité, qualité, passion, innovation, culture, notion du rêve et sensibilité artistique. L'automatisation des systèmes de production s'avère un atout indispensable ; la recherche de la qualité optimale et l'augmentation constante de la production nécessitent de supprimer les tâches manuelles pénibles, ou à risque de non qualité.

Création de motifs sur du blush

Le blush est un produit cosmétique qui se présente sous forme de poudre compactée et qui s'applique sur le visage à l'aide d'un gros pinceau. La création de motifs sur le blush permet de rendre l'intérieur du boîtier de maquillage plus attrayant et immédiatement différentiable de celui des autres marques (figure 1).



Figure 1 Poudre de maquillage compactée avant et après création des motifs

Contexte de l'étude

Le système étudié permet de créer des motifs par pulvérisations de solutions constituées de nacres et d'alcool sur des godets de poudre compactée.

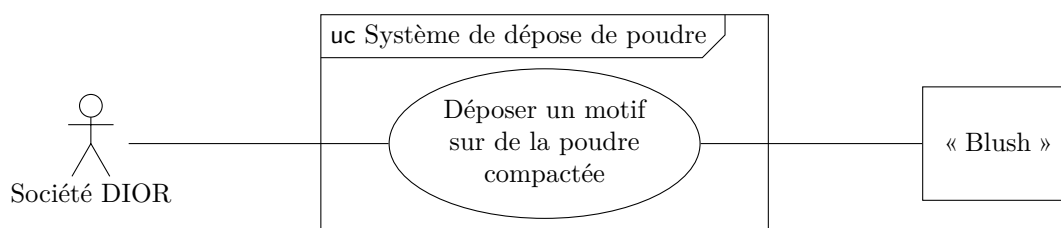


Figure 2 Diagramme des cas d'utilisation du système

La création de motifs se fait en deux étapes :

- la première étape consiste, en utilisant un masque (pochoir), à pulvériser la solution nacrée à l'aide de buses de pulvérisation (spray) à jets larges ;
- la deuxième étape permet de créer les motifs fins par pulvérisation à l'aide de buses de pulvérisation à aiguille.

Le système de pulvérisation de nacrés (figure 6) comporte :

- un plateau tournant sur huit postes pour la pulvérisation large et fine (figure 7) ;
- un poste de lavage et séchage des masques après pulvérisation à jets larges ;
- deux bras munis de pinces qui permettent le transfert des masques propres et usagés entre le plateau tournant et le poste de lavage.

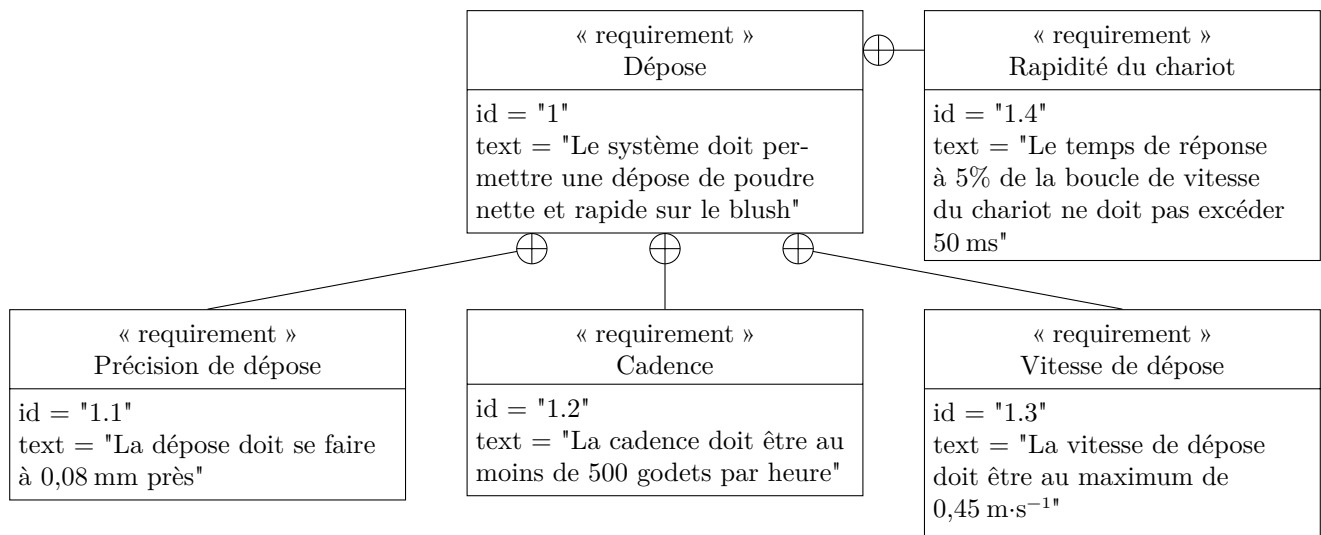


Figure 3 Diagramme des exigences du système

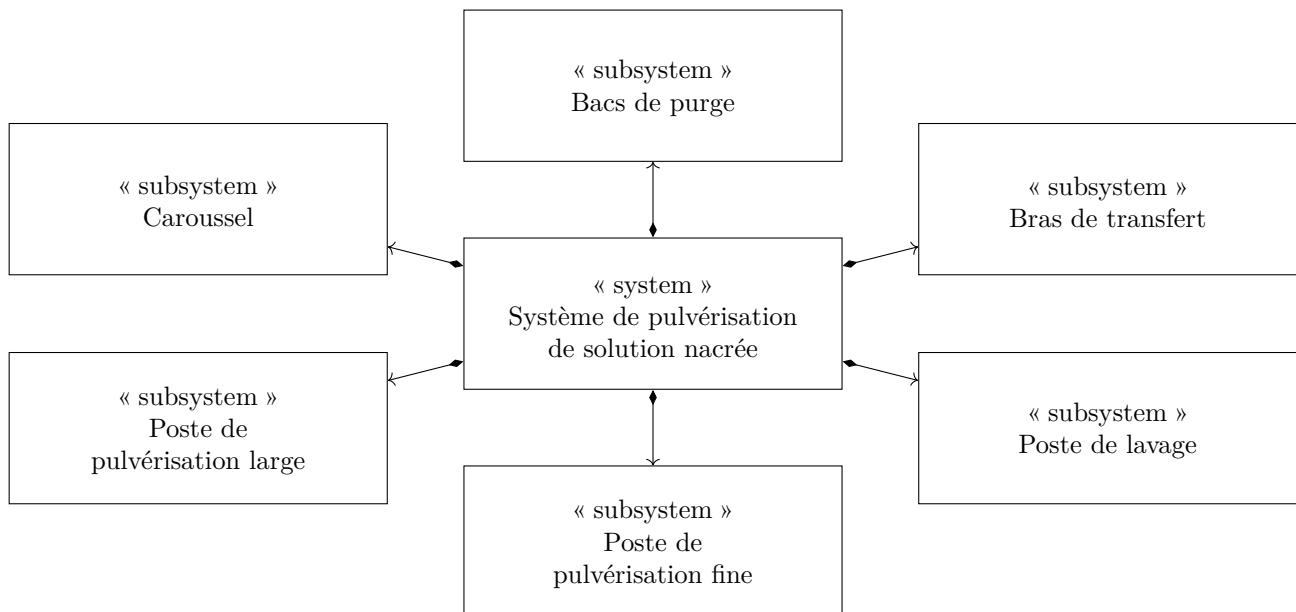


Figure 4 Diagramme de définition des blocs du système de pulvérisation de solution nacrée

Avant chaque début de cycle, les buses sont automatiquement purgées dans les bacs prévus à cet effet.

Pour un plateau contenant les godets de poudre compactée, la création de motifs se déroule suivant le cycle ci-dessous :

- convoyage et indexage du plateau contenant les godets de poudres compactées sur le poste de chargement ;
- rotation puis dépose du masque propre sur le plateau à godets ;
- rotation puis pulvérisation large ;
- rotation puis prise du masque sale ;
- trois rotations puis pulvérisation fine ;
- rotation et déchargement du plateau à godets.

Lors des pulvérisations, les buses sont fixes, le support sur lequel est indexé le plateau à godets est mobile et asservi en position suivant deux axes (pulvérisation large) ou trois axes (pulvérisation fine).

Le poste de pulvérisation fine est constitué d'un robot cartésien suivant 3 directions de l'espace. Ce sujet a pour objectif de vérifier que la construction du poste de pulvérisation permet d'atteindre les exigences présentées sur le diagramme de la figure 3, plus particulièrement suivant un axe que l'on appellera l'axe $\vec{x}$ (figure 8).

Les parties I, II et III proposent de modéliser certains des constituants de la chaîne cinématique de l'axe :

- dans la partie I, on modélise le guidage de la partie mécanique et on justifie une construction isostatique ;
- la partie II montre la construction utilisée pour la mesure de la position du chariot le long de l'axe $\vec{x}$ et la justifie vis-à-vis des exigences ;
- la partie III justifie le choix du moteur électrique.

Dans la partie IV, on modélise l'ensemble des parties électriques et mécaniques et on introduit une stratégie de commande des actionneurs, en lien avec les exigences.

La partie V propose de vérifier que la déformation des profilés n'a pas d'influence notable sur le positionnement de la buse.

Enfin la partie VI reprend les principaux points de l'étude et en propose une synthèse.

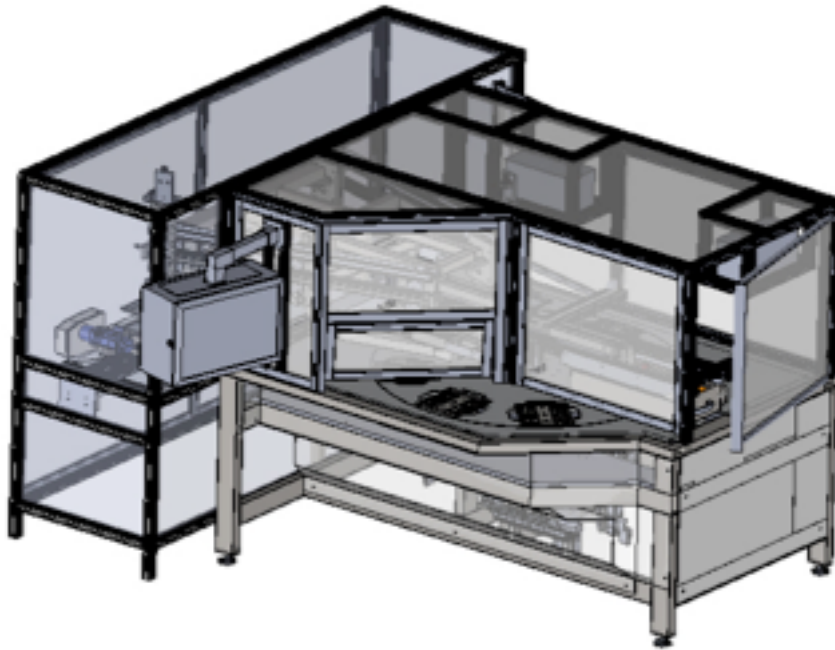


Figure 5 Vue de l'installation

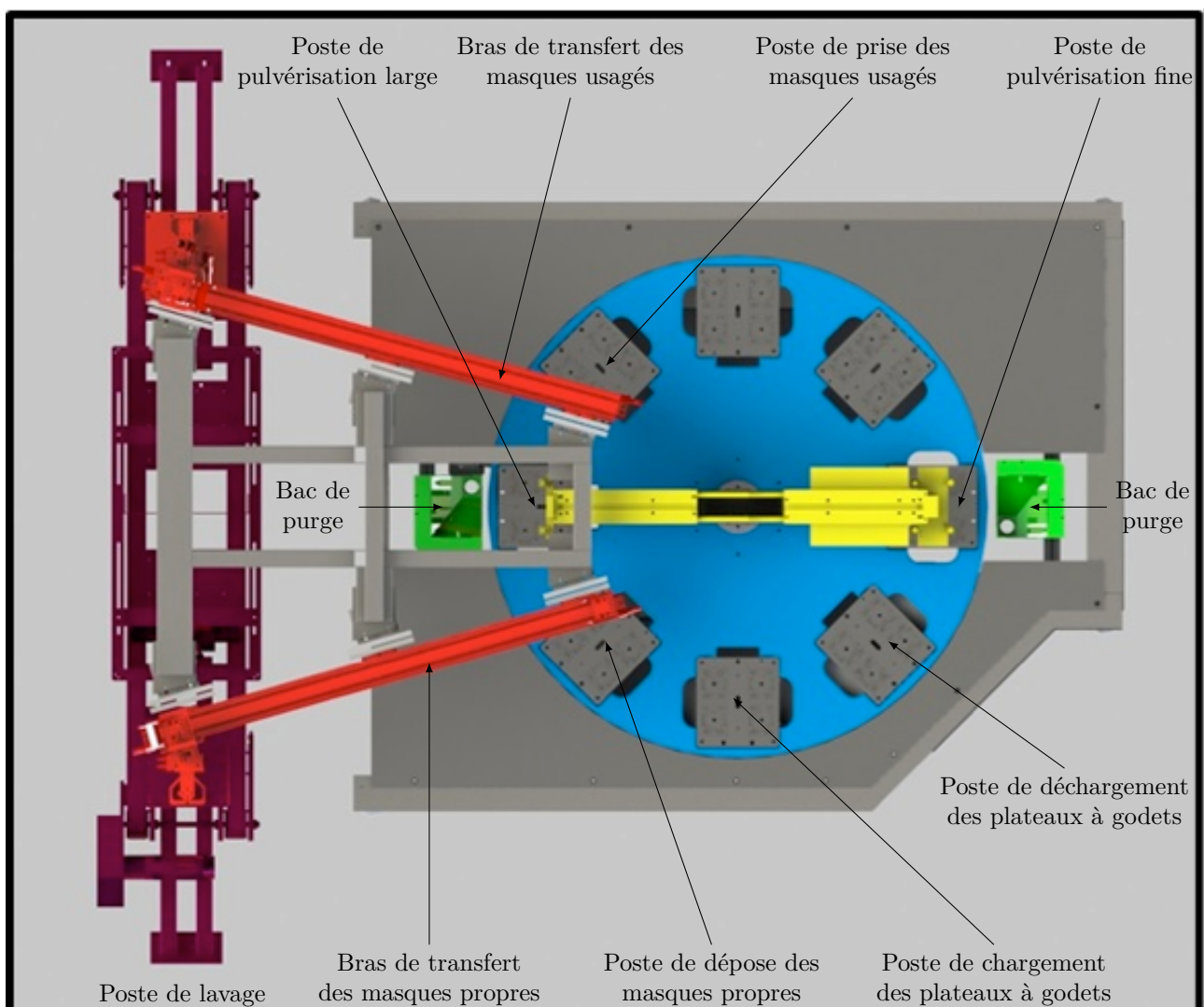
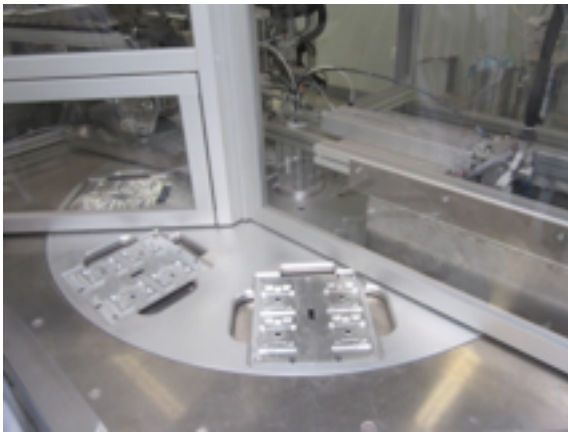
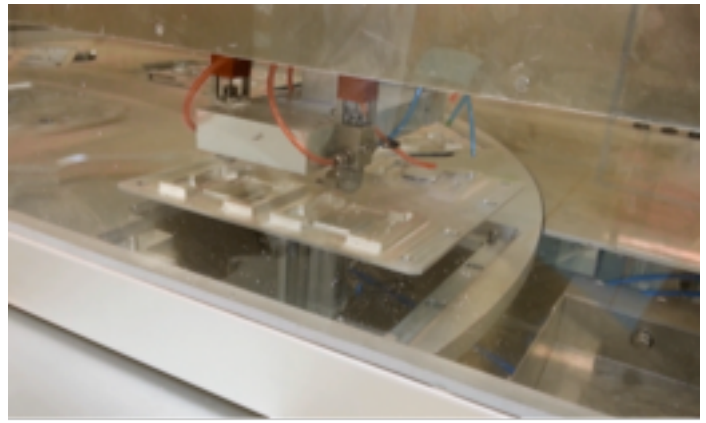


Figure 6 Système de pulvérisation des nacres



Postes de chargement et de déchargement des plateaux à godets



Pulvérisation fine, support du plateau à godets asservi en position

Figure 7

I Modélisation de la chaîne cinématique du déplacement du préhenseur suivant l'axe $\vec{x}$

Objectif

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle du mécanisme constituant le déplacement de l'axe $\vec{x}$ et de justifier certains choix technologiques.

Le préhenseur repose sur des plaques support (figure 8) qui le lient en liaison encastrement au bâti. Les rails guidant le préhenseur suivant l'axe $\vec{x}$ supportent les autres rails guidant les déplacements du préhenseur suivant les axes $\vec{y}$ et $\vec{z}$.

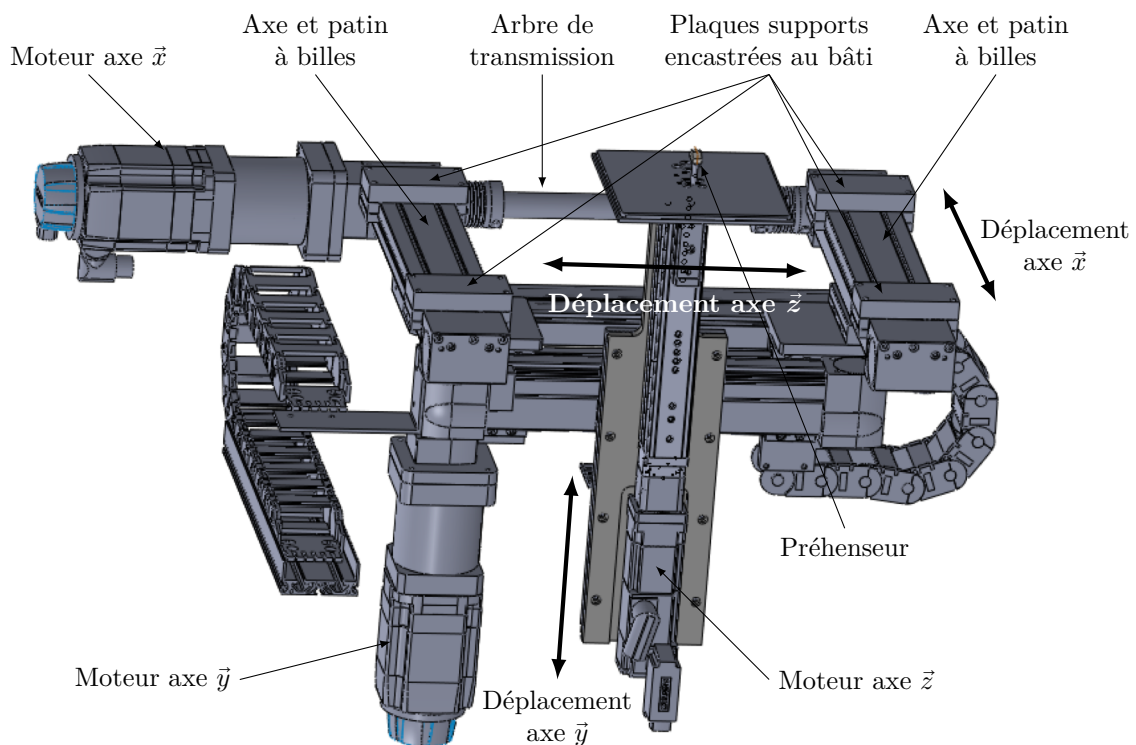


Figure 8 Architecture des différents axes

Le guidage est réalisé par deux axes munis de patins à billes (figures 9 et 10). Le moteur actionnant l'axe $\vec{x}$ est lié à un réducteur qui entraîne deux ensembles poulies-courroies. Les poulies motrices sont guidées chacune par deux roulements à billes. Les deux poulies motrices sont liées par un arbre de transmission (Arbre 1). La figure 11 représente le schéma cinématique de l'ensemble.

La courroie étant un élément déformable, on n'en tiendra pas compte dans l'étude suivante.

Q 1. Déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison entre les solides 0 et 1.



Figure 9 Axe et patin à billes

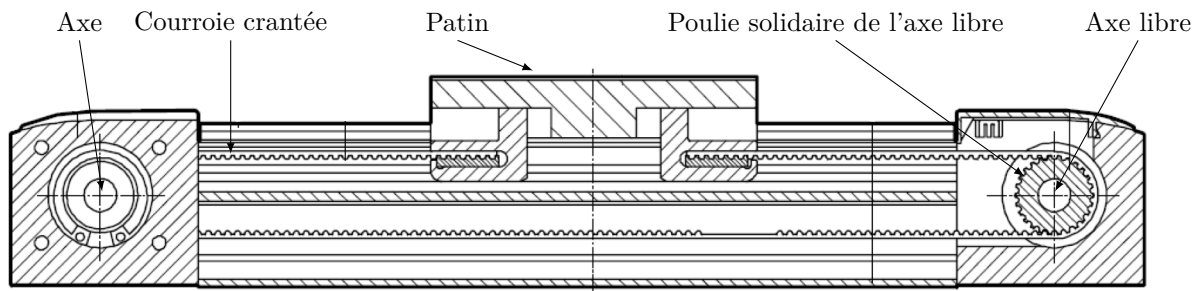


Figure 10 Axe et patin à billes

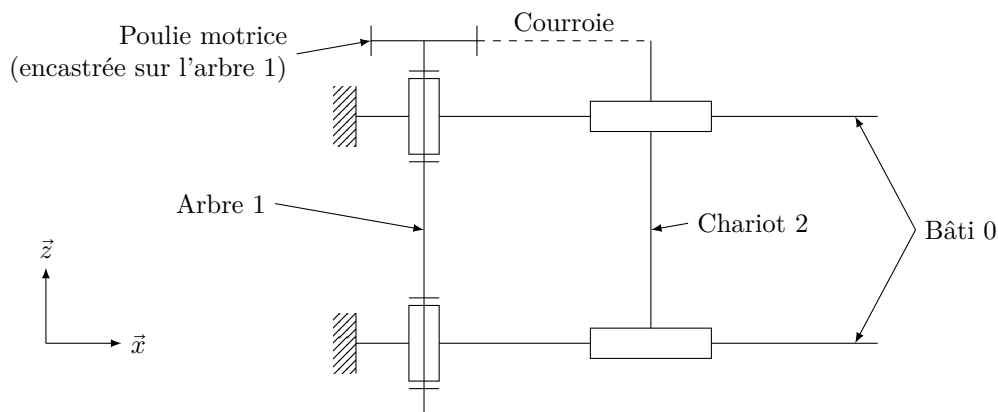


Figure 11 Schéma cinématique de l'axe $\vec{x}$

Pour lever l'hyperstatisme de cette liaison, le constructeur a mis en place deux soufflets métalliques en les implantant de part et d'autre de l'arbre de transmission (figure 12).

Un soufflet métallique est un joint d'accouplement autorisant des défauts d'alignement radiaux, axiaux et angulaires. Ainsi, pour un soufflet liant deux solides S_1 et S_2 positionné en un point P et dont l'axe du soufflet est $(P, \vec{u})$:

- le torseur statique transmissible est de la forme : $T_{S_1 \rightarrow S_2} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P \quad ; \quad (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$
- le torseur cinématique du mouvement de S_1 par rapport à S_2 est de la forme : $T_{S_1/S_2} = \begin{Bmatrix} 0 & v_{x12} \\ q_{12} & v_{y12} \\ r_{12} & v_{z12} \end{Bmatrix}_P \quad . \quad (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

L'introduction des deux soufflets métalliques impose de décomposer l'arbre 1 de la question 1 en 3 solides distincts 1_A , 1_B et 1_C , le solide 1_B étant lié aux deux solides 1_A et 1_C par les deux soufflets métalliques.

- Q 2.** Tracer le nouveau graphe de liaisons en tenant compte de l'introduction des deux soufflets métalliques.
- Q 3.** Déterminer en le justifiant le degré de mobilité du mécanisme ainsi modélisé en question 2.
- Q 4.** En déduire le degré d'hyperstatisme du système avec ses deux soufflets métalliques.
- Q 5.** Conclure en justifiant l'utilisation des soufflets.

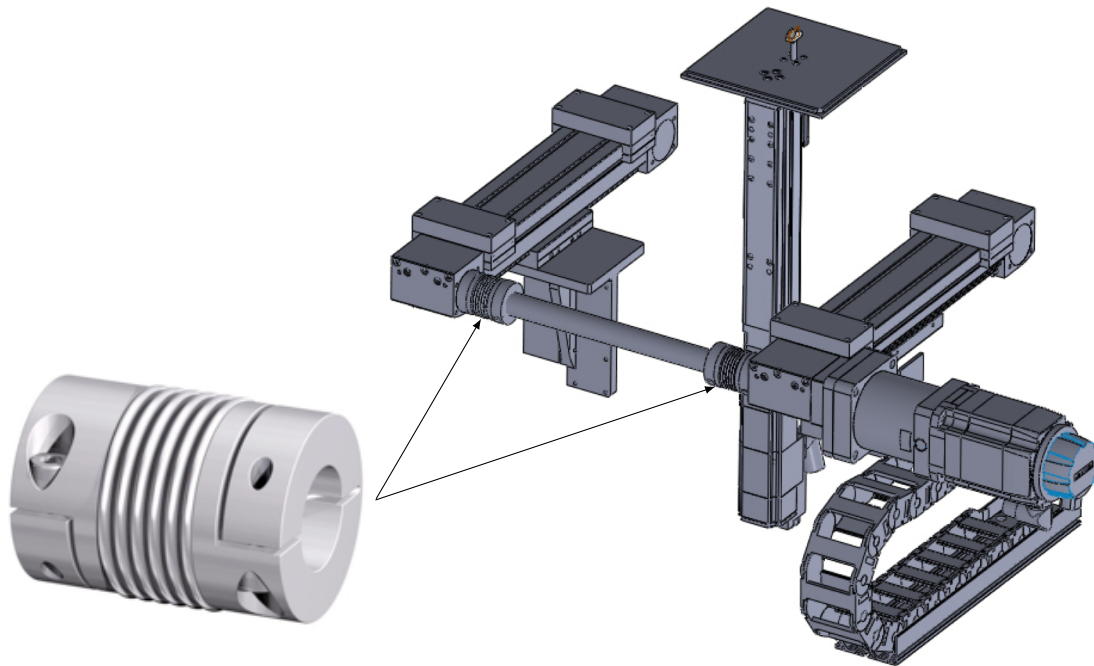


Figure 12 Implantation des soufflets métalliques

II Validation de la sensibilité du capteur de position de l'axe $\vec{x}$ et de son circuit de mise en forme

— Objectif —

L'objectif de cette partie est, au vu du cahier des charges, de valider les choix proposés et les réglages des constituants qui permettent d'acquérir l'information de position.

Afin de permettre le pilotage par le variateur de vitesse, la résolution sur la mesure de la position angulaire du rotor de la machine synchrone doit être de 15 minutes d'angle soit $\Delta\theta_{\max} = (15/60)^\circ$. De plus, via un traitement incrémental, la résolution sur la mesure de déplacement du plateau à godets suivant l'axe $\vec{x}$ doit être meilleure que $\Delta x_{\max} = 37 \mu\text{m}$. Le rapport de transmission est $\frac{\Delta x}{\Delta\theta} = K_1 = 1,4325 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{rad}^{-1}$.

La structure utilise un résolveur bipolaire accouplé directement sur l'arbre de la machine électrique. Le résolveur bipolaire est un transformateur, sans bague, ni balais, qui se compose essentiellement d'un enroulement primaire et de deux enroulements secondaires orthogonaux aux bornes desquels on trouve les tensions v_1 et v_2 (figure 13). Le rapport de transformation entre l'enroulement primaire et les deux enroulements secondaires est noté $m = 1/2$.

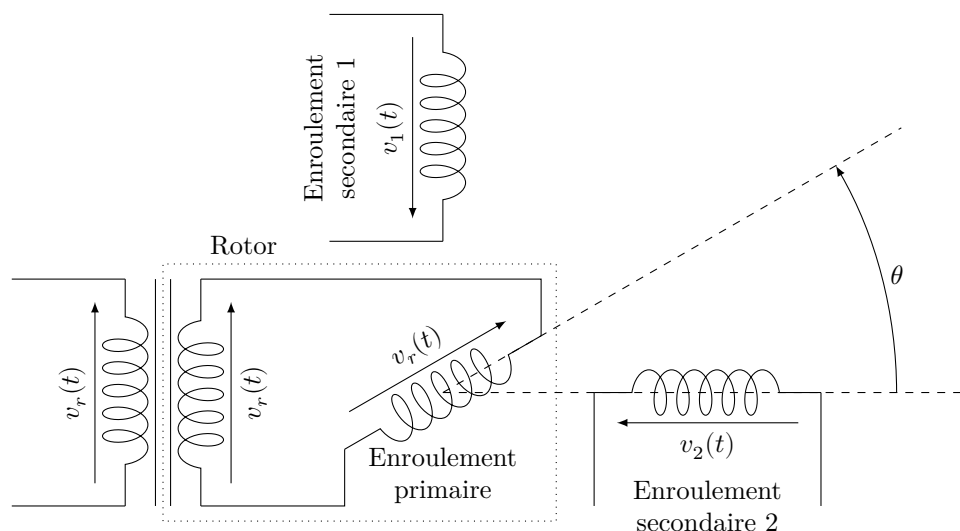


Figure 13 Schéma de principe du résolveur

$\frac{d\theta}{dt} = \Omega$ est la vitesse de rotation angulaire du rotor de la machine électrique, l'étude se fait à vitesse Ω constante, $\theta(0) = 0$.

Une tension d'excitation sinusoïdale, $v_r(t) = V_{r\max} \sin(2\pi f_r t)$, de fréquence $f_r = 10$ kHz, est appliquée à l'enroulement primaire du résolveur (figure 14).

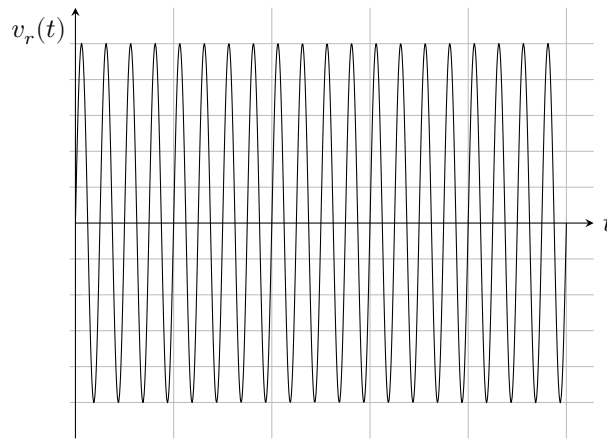


Figure 14 Tension d'excitation

Les tensions $v_1(t) = mV_{r\max} \sin(2\pi f_r t) \sin(\theta(t))$ et $v_2(t) = mV_{r\max} \sin(2\pi f_r t) \cos(\theta(t))$ induites dans les enroulements fixes des deux secondaires sont modulées en fonction des variations de l'angle mécanique θ (figure 15).

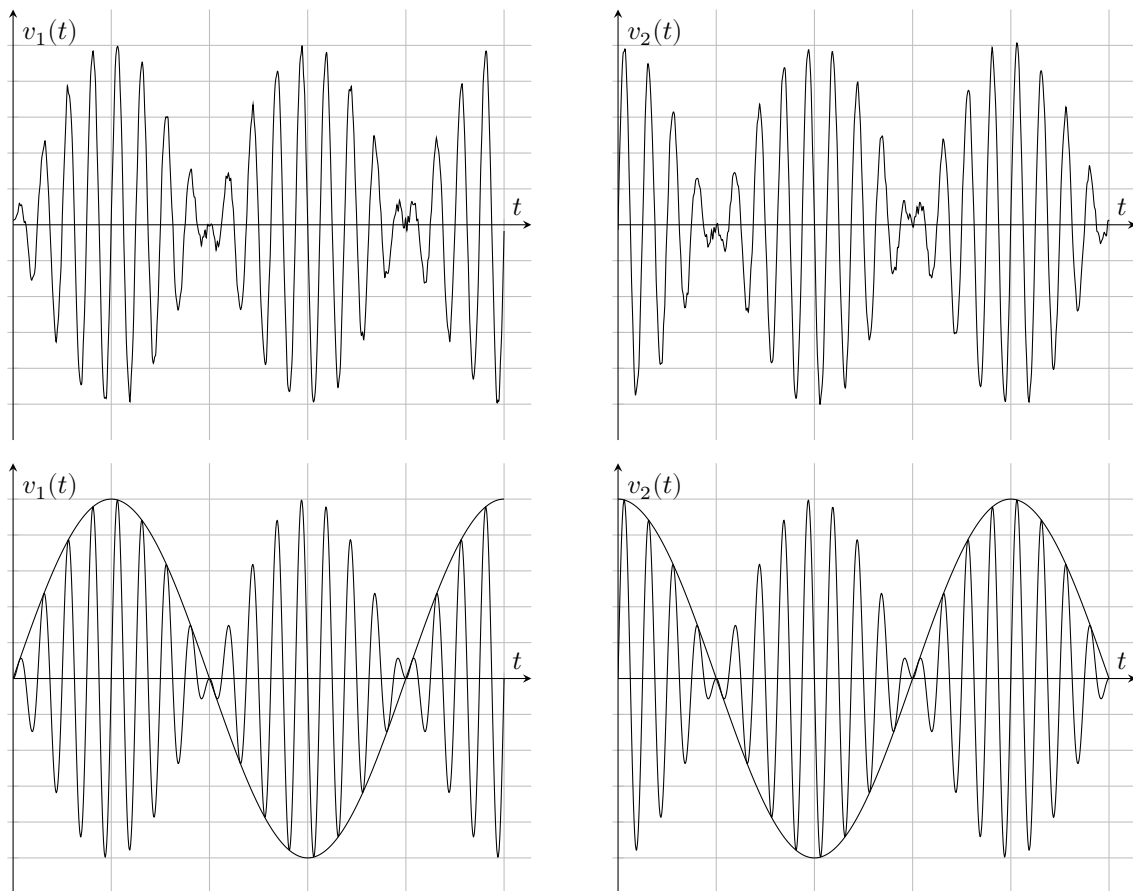


Figure 15 Tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ bruitées (en haut) et filtrées (en bas) pour une vitesse de rotation Ω constante

Les enveloppes des tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ ont pour expression $v_{1e}(t) = mV_{r\max} \sin(\theta(t))$ et $v_{2e}(t) = mV_{r\max} \cos(\theta(t))$. Un filtre passe-bande de fréquence centrale f_r et de bande passante Δf est utilisé afin de ne récupérer que le contenu harmonique des signaux $v_1(t)$ et $v_2(t)$ et d'éliminer d'éventuels bruits.

Q 6. Pour une vitesse de rotation constante de la machine, égale à sa limite mécanique de vitesse, $N_{\max} = 9000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$, exprimer $v_2(t)$ de la forme $v_2(t) = A(\sin(2\pi f_{21}t) + \sin(2\pi f_{22}t))$.

Q 7. En déduire les expressions de A en fonction de $V_{r\max}$, puis celles de f_{21} et f_{22} en fonction de f_r et $N_{\max}$. Tracer ensuite le spectre en amplitude de $V_2(f)$.

Q 8. Conclure en déterminant la bande passante du filtre à utiliser.

Conversion analogique-numérique et calcul de la position

Afin d'extraire les valeurs $\sin(\theta)$ et $\cos(\theta)$, les signaux $v_1(t)$ et $v_2(t)$ sont échantillonnés simultanément aux instants où la tension de référence $v_r = V_{r\max} \sin(2\pi t/T_r)$ est maximale (figure 16).

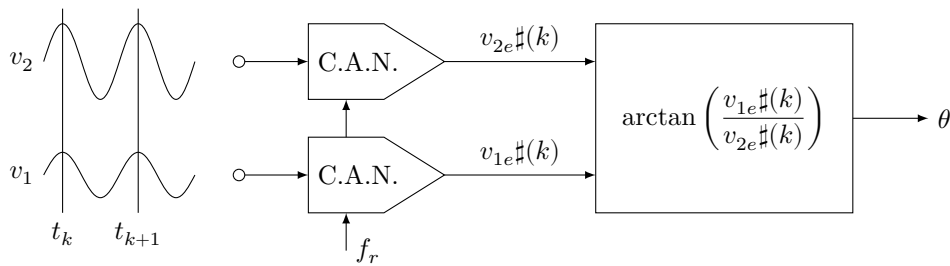


Figure 16 Extraction de la position angulaire du rotor

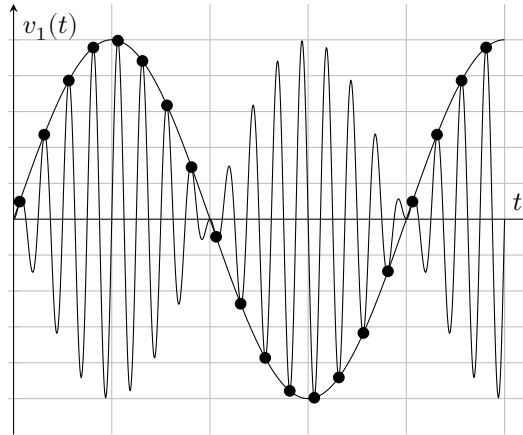


Figure 17 Échantillonnage de la tension

Q 9. En déduire, en fonction de la période T_r , les instants t_k où doivent être prélevés les échantillons.

La conversion analogique-numérique doit se faire sans perte d'information des signaux d'enveloppes v_{1e} et v_{2e} .

Q 10. Le théorème de Shannon est-il alors respecté ? Justifier.

Les tensions v_1 et v_2 sont simultanément échantillonnées et numérisées sur 11 bits, ce qui conduit à un nombre exploitable de points par tour de 2^{11} .

Q 11. Conclure sur les résolutions $\Delta\theta$ et Δx obtenues respectivement sur la mesure de la position angulaire du rotor de la machine électrique et sur la mesure du déplacement du plateau suivant l'axe $\vec{x}$.

III Validation du choix de la motorisation permettant le déplacement selon l'axe $\vec{x}$

Objectif

L'objectif est de valider le choix du moteur effectué par le concepteur du système.

Le cahier des charges impose que la vitesse maximale du chariot sur l'axe $\vec{x}$ soit de $V_{\max} = 0,45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et que l'accélération maximale du chariot soit de $\gamma_{\max} = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Notations

- Ω : vitesse de rotation du moteur ;
- $r = n_{\text{axe poulie}}/n_{\text{moteur}} = 1/10$: rapport de réduction du réducteur entre le moteur et les poulies ;
- $M_2 = 25 \text{ kg}$: masse de l'ensemble mobile 2 ;
- $\phi = 28,65 \text{ mm}$ est le diamètre primitif des poulies ;
- l'inertie des courroies est négligée ;
- $J_m = 1,2 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$: moment d'inertie de l'arbre moteur ;
- $J_1 = 4 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$: moment d'inertie de l'arbre 1 ;
- $C_r = 0,15 \text{ N}\cdot\text{m}$: couple de frottements secs dans les liaisons ramené à l'arbre moteur ;
- $\mu = 0,001 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$: coefficient de frottements visqueux dans les liaisons ramené à l'arbre moteur.

Q 12. Déterminer la vitesse maximale de rotation du moteur $\Omega_{\max}$. Faire l'application numérique.

Q 13. Déterminer l'accélération maximale du moteur $\dot{\Omega}_{\max}$. Faire l'application numérique.

Q 14. Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble mobile dans son mouvement le long de l'axe $\vec{x}$ par rapport au bâti notée $Ec_{\{\text{ensemble}\}/0}$. En déduire l'inertie équivalente J de l'ensemble mobile rapportée à l'arbre du moteur. Faire l'application numérique.

Q 15. Établir l'expression du couple moteur maximal exercé par le moteur sur l'arbre moteur noté $C_{\max}$. Faire l'application numérique.

Q 16. Donner l'expression de la puissance mécanique maximale que devra fournir le moteur électrique. Faire l'application numérique.

Le concepteur du système a choisi un moteur synchrone de vitesse nominale de $3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ et de puissance utile $0,47 \text{ kW}$.

Q 17. Valider le choix du moteur en le justifiant. Argumenter la présence éventuelle d'écart entre la puissance mécanique maximale calculée et la puissance nominale du moteur choisi.

IV Comportement dynamique et réglage des correcteurs des boucles de vitesse et de position

— Objectif —

Afin d'effectuer la pulvérisation fine, la réponse indicielle de la boucle de position doit être la plus rapide possible, sans écart statique (écart en régime permanent entre la valeur de $x(t)$ et la valeur de la consigne $x_c(t)$ lorsque la consigne est un échelon) et sans dépassement.

L'étude des comportements dynamiques autour du point de repos permet de négliger l'effet du couple de frottement sec. Le modèle adopté est donné à la figure 18. L'asservissement présente un double bouclage en vitesse et en position.

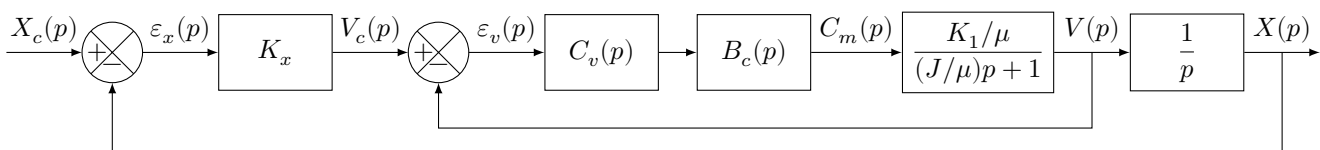


Figure 18 Schéma bloc de l'asservissement de position

Notations

- $X_c(p)$: consigne de position du plateau suivant l'axe ;
- $K_x(p)$: correcteur de la boucle d'asservissement de position ;
- $V_c(p)$: consigne de vitesse du plateau ;
- $C_v(p)$: correcteur de la boucle de vitesse ;
- $B_c(p)$: modélise la boucle d'asservissement en couple de la machine électrique, considérée parfaite au vu de sa dynamique par rapport aux autres boucles, $B_c(p) = 1$;
- $\Omega(t)$: vitesse de rotation du moteur en ;
- $V(t)$: vitesse maximale du chariot selon l'axe $\vec{x}$;
- $C_m(t)$: couple moteur exercé par le moteur sur l'arbre moteur ;
- J : inertie équivalente de l'ensemble mobile rapportée à l'arbre du moteur ($J = 6,7 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$) ;
- μ : coefficient de frottements visqueux dans les liaisons ramené à l'arbre moteur ($\mu = 0,001 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$) ;
- K_1 : coefficient défini par $K_1 = V(t)/\Omega(t)$ ($K_1 = 1,14325 \times 10^{-3} \text{ m}$).

IV.A – Justification partielle de la modélisation

Q 18. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'arbre moteur, établir l'équation différentielle liant $\Omega(t)$ à $C_m(t)$.

Q 19. Après transformation de Laplace, justifier la fonction de transfert définie par le rapport $\frac{V(p)}{C_m(p)}$.

Q 20. Justifier le rapport $\frac{X(p)}{V(p)} = \frac{1}{p}$.

IV.B – Comportement dynamique de la boucle de vitesse

Cahier des charges Le temps de réponse à 5% pour un échelon de consigne de vitesse ne doit pas excéder 50 ms. La simulation de la boucle de vitesse seule et non corrigée a donné la réponse indicielle de la figure 19.

Q 21. Mesurer le temps de réponse à 5%. Est-il compatible avec le cahier des charges de la boucle de vitesse ?

On introduit à présent dans la boucle de vitesse un correcteur de fonction de transfert $C_v(p) = K_v \frac{1 + \tau_v p}{\tau_v p}$. Le réglage du correcteur se fait par compensation du pôle dominant, $\tau_v = J/\mu$.

Q 22. Expliquer le principe de la correction d'un système bouclé par compensation du pôle dominant.

Q 23. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $BF_v(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$ puis déterminer K_v afin de satisfaire au cahier des charges de la boucle de vitesse.

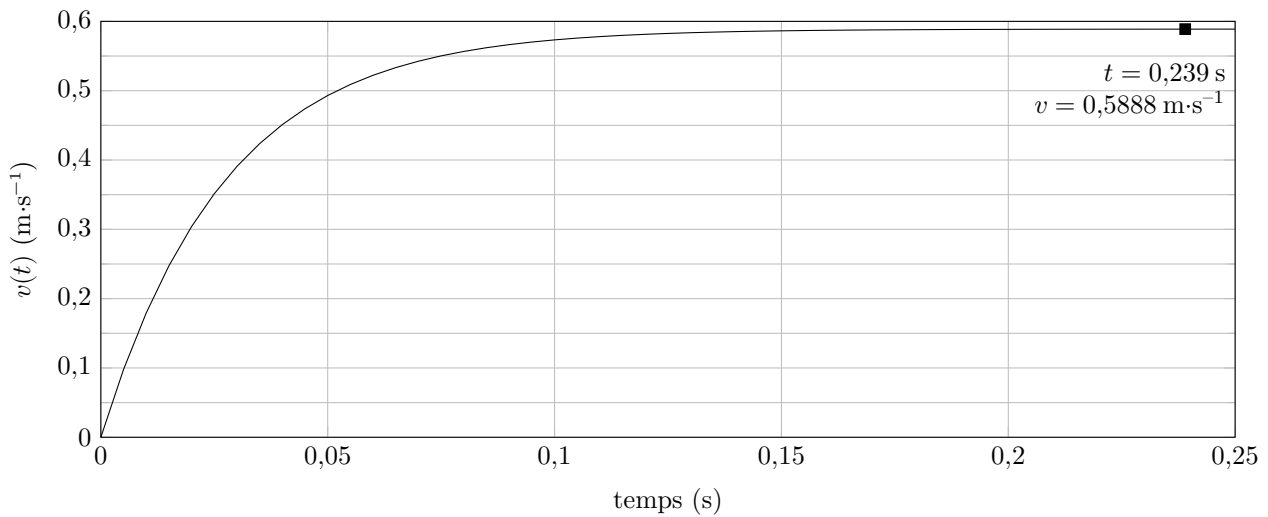


Figure 19 Réponse indicielle de la boucle de vitesse seule non corrigée

IV.C – Comportement dynamique de la boucle de position

Cahier des charges On rappelle que la réponse indicielle de la boucle de position doit être la plus rapide possible, sans écart statique et sans dépassement.

Pour la suite, on prendra $K_v = 3$.

Q 24. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $BF_x(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$.

Q 25. Déterminer la valeur K_x afin de satisfaire au cahier des charges.

La simulation de la boucle de position corrigée a donné la réponse indicielle présentée figure 20.

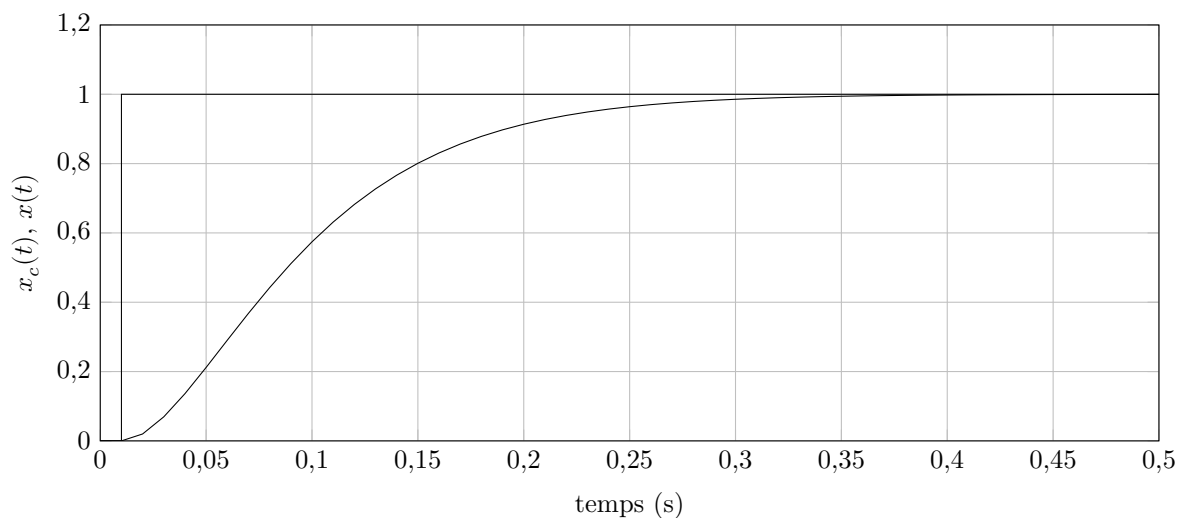


Figure 20 Réponse indicielle de la boucle de position corrigée

Q 26. Les performances globales de la boucle de position sont-elles conformes au cahier des charges ? En particulier, justifier la valeur de l'écart statique observé.

V Influence des déformations des constituants de l'axe sur la précision de positionnement des godets par rapport aux buses

Objectif

L'objectif de cette partie est de vérifier que la précision du positionnement du godet par rapport à la buse est respectée en dépit de la déformation des profils de guidage de l'axe $\vec{x}$. On souhaite que la buse soit positionnée à 0,08 mm près (exigence 1.1 du diagramme des exigences).

Les profils sont modélisés comme des poutres parallèles à la direction $\vec{x}$. La position du centre de gravité de la partie mobile 2 est notée G_2 . On se place dans le cas où le chariot accélère le long de l'axe $\vec{x}$: $\vec{a}_{G_2,2/0} = \gamma \vec{x}$ avec $\gamma = -10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ est l'accélération du chariot par rapport au bâti 0 lié à la Terre. Un référentiel lié au bâti est supposé galiléen. Cette accélération est assurée par l'action mécanique des courroies sur le chariot 2 et

qui n'encaissent aucun moment. L'action mécanique des courroies sur le chariot mobile 2 est modélisée par le

$$\text{torseur : } T_{\text{courroies} \rightarrow 2} = \begin{Bmatrix} X_c & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{M(h)}^{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}.$$

Notations et paramétrage On considère que le chariot est disposé sur le plan de symétrie des deux profils constituant l'axe $\vec{x}$. De ce fait, le système est considéré comme plan dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$. De même, les deux profils sont assimilés à un seul dont la section droite est notée S et le moment quadratique autour de l'axe $(G, \vec{z})$ est noté I . On note la longueur $OA = L = 304 \text{ mm}$. Le chariot est positionné en $H(h)$. La position du centre de gravité G_2 du chariot 2 est telle que $\vec{HG}_2 = a\vec{x} + b\vec{y}$ avec $a = 180 \text{ mm}$ et $b = 100 \text{ mm}$. La position de la buse est en B tel que $\vec{HB} = a\vec{x} + c\vec{y}$ avec $c = 230 \text{ mm}$. La masse du chariot 2 est notée $M_2 = 25 \text{ kg}$. L'accélération de la pesanteur est notée $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

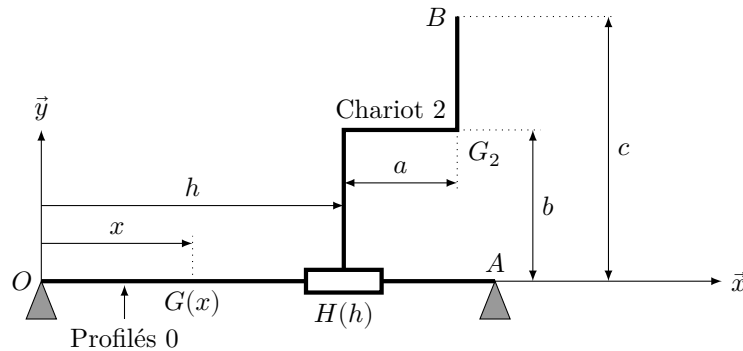


Figure 21 Paramétrage du chariot

Q 27. Isoler le chariot 2 et réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur ce système de solides. En déduire le torseur de l'action mécanique qu'exerce le chariot 2 sur le profilé 0 en fonction de M_2 , g et $a' = a - b\gamma/g$.

Q 28. Déterminer le torseur de cohésion le long du profilé en fonction de la position x de $G(x)$, de h et des constantes du problème.

Q 29. Déterminer la fonction déformée de la poutre $v(x)$ en fonction de h et des constantes du problème. On ne demande pas de déterminer pour le moment les constantes d'intégration.

Q 30. Énoncer clairement les conditions aux limites permettant de déterminer les constantes d'intégration (on ne demande pas d'explicitier l'expression littérale des constantes d'intégration).

La figure 22 représente l'évolution du déplacement du point $H(h)$, suivant l'axe y , $v(h)$ et la rotation $\theta(h)$ de la section droite de centre $H(h)$ autour de l'axe $(G, \vec{z})$ en fonction de h dans le cas où le chariot 2 accélère par rapport au bâti 0.

Q 31. Déterminer le déplacement $d\vec{B}$ de la buse (dû à la déformation du profilé de guidage) au point B en fonction de $v(h)$ et $\theta(h)$.

Q 32. Déterminer la norme du vecteur $d\vec{B}$. Conclure quant au respect du cahier des charges (exigence 1.1).

VI Synthèse

Q 33. Rappeler les éléments de l'étude qui influencent sur le positionnement de la buse.

Q 34. Le cumul des phénomènes garantit-il la satisfaction de l'exigence 1.1 (figure 3) ?

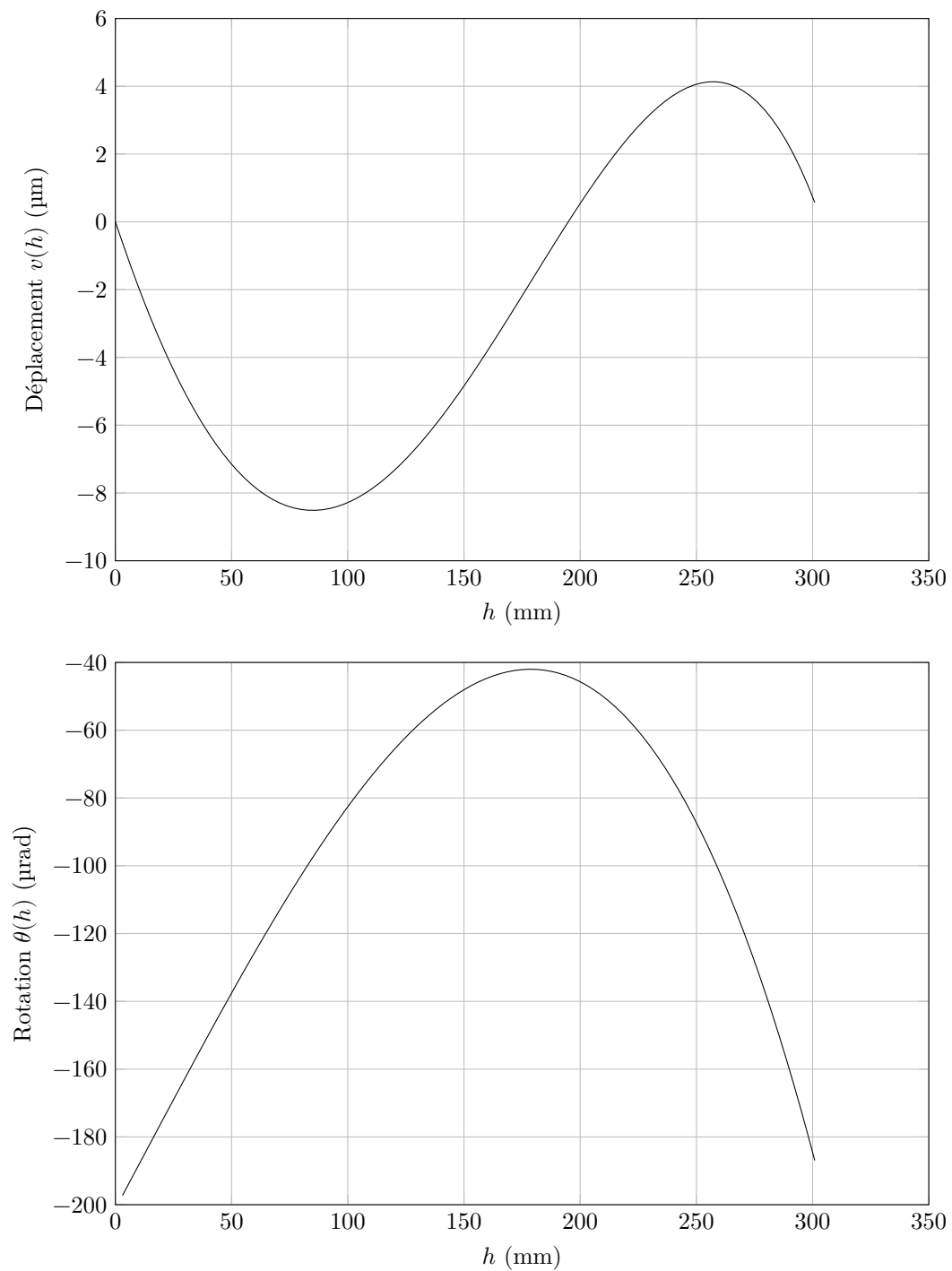


Figure 22 Déplacement et rotation de la section droite de centre H dans le cas où le chariot accélère

• • • FIN • • •